

**Άσκηση 1:**

Υπολογίστε τους μεταθέτες:

$$(a) [x, p] \quad (b) [p, xp] \quad (c) [x, p^2] \quad (d) \left[ e^{-i\hat{H}t/\hbar}, \hat{H} \right] \quad (e) [\hat{H}, x]$$

**Άσκηση 2:**

Για τον Αρμονικό Ταλαντωτή, υπολογίστε τους μεταθέτες:

$$(a) [H, a] \quad (b) [H, a^+] \quad (c) [a, a^+]$$

**Άσκηση 3:**

Από την χρονοεξάρτηση του τελεστού  $\hat{A}$ :  $\frac{d\langle A \rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}] + \left\langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \right\rangle$ , βρείτε:

$$(a) \frac{d\langle x \rangle}{dt} \quad (b) \frac{d\langle p \rangle}{dt}$$

**Άσκηση 4:**

Αποδείξτε:

$$(a) [\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B}$$

$$(b) [x^n, \hat{p}] = i\hbar n x^{n-1}$$

$$(γ) [\hat{A}, \hat{B}^n] = n\hat{B}^{n-1}[\hat{A}, \hat{B}], \text{ για } [[\hat{A}, \hat{B}], \hat{B}] = 0.$$

**Άσκηση 5:**

Για τον Αρμονικό Ταλαντωτή, υπολογίστε:

$$(a) \langle n | x^2 | m \rangle \quad (b) \langle n | xp | m \rangle \quad (c) \langle n | p^3 | m \rangle \quad (d) \langle n | xp^2 | m \rangle$$

Εκφράστε τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας το  $\delta_{nm}$ .