ΣΕΤ 10 3/1/2018

(1) Χρησιμοποιώντας: $\frac{d\langle \hat{A} \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\langle [\hat{A}, \hat{H}] \rangle$, βρείτε για ελεύθερο σωματίδιο ($\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m}$) την χρονική εξάρτηση για:

(α) $\langle p_x \rangle$ (b) $\langle x \rangle$ (c) $\langle \Delta p_x \rangle$

(2) Σωματίδιο (χωρίς σπιν) με μάζα m έχει κυματοσυνάρτηση: $\psi(r,\theta,\varphi) = A\frac{\left(e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}\right)}{r}$

Όπου A, α, β είναι σταθερές, και $0 < \alpha < \beta$. Βρείτε: (α) V(r), (b) V(r) για $r \to 0$ (c) την Ενέργεια E.

(3) Σωματίδιο (χωρίς σπιν) με μάζα m υπάρχει σε δυναμικό $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, και έχει κυματοσυνάρτηση:

$\psi(x) = A\left(2x^2 - 1\right)e^{-x^2/x_0^2}$. Βρείτε: (α) την σταθερά A και x_0, (β) την Ενέργεια E.

(4) Η εξίσωση του Schrödinger για ελεύθερο σωματίδιο είναι: $\frac{-\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$

ή αλλιώς $\left(\nabla^2 + k^2\right)\psi(\vec{r}) = 0$, με $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$. Δείξτε ότι λύσεις είναι:

(α) $\psi(\vec{r}) = Ae^{ikz}$ (plane wave) (β) $\psi(\vec{r}) = A\frac{e^{ikr}}{r}$ (spherical wave).

(5) Άτομο Υδρογόνου είναι σε γωνία μίας επιφάνειας, ώστε το δυναμικό είναι άπειρο για τα τρία τέταρτα του χώρου, δηλαδή:

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{ke^2}{r}, & \gamma\iota\alpha\ x > 0\ \kappa\alpha\iota\ y > 0 \\ \infty, & \gamma\iota\alpha\ x < 0\ \eta\ y < 0. \end{cases}$$

Βρείτε την βασική κατάσταση.

(6) (α) Βρείτε όλους τους συντελεστές Clebsch-Gordan που προκύπτουν από την σύζευξη $S_1=1$ και $S_2=1$.

(β) Για την αντίδραση πυρηνικής σύντηξης δευτερίου (D, S=1) και δευτερίου (D, S=1), θεωρίστε ότι δίνει την μετασταθή κατάσταση $^4He(S)$ (δηλαδή η ενδιάμεση κατάσταση έχει στροφορμή S, όπου S=0,1,2):

$D + D \rightarrow {}^4He(S) \rightarrow {}^3He + n$

Βρείτε τον λόγο της πιθανότητα αντίδρασης για $\frac{\text{ΠΟΛΩΜΕΝΟ (Π)}}{\text{ΜΗ} - \text{ΠΟΛΩΜΕΝΟ (Μ)}}$, όπου Π είναι η πιθανότητα αντίδρασης για D πυρήνες στην κατάσταση $|+1\rangle_z$ (δηλαδή με μέγιστη πόλωση), ενώ το Μ είναι η πιθανότητα αντίδρασης για D πυρήνες μη πολωμένα (δηλαδή το D να έχει ίσο πληθησμό στις καταστάσεις $|+1\rangle_z$, $|0\rangle_z$, $|-1\rangle_z$), για: (α) S=0 (β) S=1 (γ) S=2

(7) Σωματίδιο (χωρίς σπιν) με μάζα m και φορτίο e υπάρχει σε μονοδιάστατο δυναμικό $V(x) = -\frac{e^2}{4x}$, για $x \geq 0$.

(a) Βρείτε $\psi_\infty(x)$ για $x \rightarrow \infty$.

(b) Βρείτε $\psi(x=0)$.

(c) Για x>0, δοκιμάστε $\psi(x) = f(x)\psi_\infty(x)$, και βρείτε εξίσωση για f(x).

(d) Βρείτε τις πρώτες 3 καταστάσεις $\psi_n(x)$, n=1,2,3.

(8) Σε απειρόβαθο πηγάδι (με πάχος L), με $E = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$, βρείτε την πρώτη διόρθωση στην Ενέργεια για την διαταραχή $V'(x) = V_0 e^{-\left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2}\right)^2}$, και n=1,2,3,4.

(9) Εκφράστε την κυματοσυνάρτηση $\Psi(r,\theta,\varphi) = A(x + y + 2z)e^{-\alpha r}$ ως συνάρτηση σφαιρικών αρμονικών, και έτσι βρείτε τον πληθυσμό της κάθε προβολής M_z.

(10) Δύο σπιν S_1 και S_2 σε μαγνητικό πεδίο Β αλληλεπιδρούν με Χαμιλτονιανή:

$$\hat{H} = A + J\frac{\left(\hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2\right)}{\hbar^2} + B\frac{\left(\hat{S}_{1z} + \hat{S}_{2z}\right)}{\hbar}$$

Εκφάστε το $\hat{H}$ στην συζευγμένη βαση, και βρείτε:

(α) Τις ιδιοτιμές για $S_1=1$ και $S_2=1/2$

(β) Την ενεργειακή σειρά τον καταστάσεων για B<<J, και B>> J.