

(1) (α) Βρείτε τα ιδιοδυναύσματα των \hat{S}_z , \hat{S}_x και \hat{S}_y , για σπιν $\frac{1}{2}$, όπου

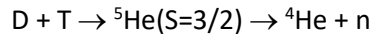
$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ και } \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

(β) Συνεπώς, εκφράστε τις καταστάσεις $|+1/2\rangle_x$, $|-1/2\rangle_x$, $|+1/2\rangle_y$, $|-1/2\rangle_y$, ως συνάρτηση των καταστάσεων $|+1/2\rangle_z$ και $|-1/2\rangle_z$.

(γ) Βρείτε την πιθανότητα σύζευξης, σωματιδίου 1 στην κατάσταση $|+1/2\rangle_z$ και σωματιδίου 2 στην κατάσταση $|+1/2\rangle_x$, να δώσει συνολική στροφορμή $S=0$.

(2) (α) Βρείτε όλους τους συντελεστές Clebsch-Gordan που προκύπτουν από την σύζευξη $S_1=1$ και $S_2=1/2$.

(β) Για την αντίδραση πυρηνικής σύντηξης δευτερίου (D, $S=1$) και Τριτίου (T, $S=1/2$), είναι γνωστό ότι δίνει την μετασταθή κατάσταση ${}^5\text{He}(S=3/2)$. Η ενδιάμεση κατάσταση με $S=1/2$ απαγορεύεται.



Βρείτε τον λόγο της πιθανότητας αντίδρασης για $\frac{\text{ΠΟΛΩΜΕΝΟ (Π)}}{\text{ΜΗ-ΠΟΛΩΜΕΝΟ (Μ)}}$, όπου:

- Π είναι η πιθανότητα αντίδρασης για D στην κατάσταση $|+1\rangle_z$ και T στην κατάσταση $|+1/2\rangle_z$. Αυτή η κατανομή αντιστοιχεί στην κατάσταση **μέγιστης πόλωσης**.
- Μ είναι η πιθανότητα αντίδρασης για D και T μη πολωμένα. Αυτό σημαίνει ότι, πριν την αντίδραση, τα D και T έχουν τυχαία κατανομή: το D έχει ίσο πληθυσμό στις καταστάσεις $|+1\rangle_z$, $|0\rangle_z$, $|-1\rangle_z$, και το T έχει ίσο πληθυσμό στις καταστάσεις $|+1/2\rangle_z$, $|-1/2\rangle_z$.

(3) (α) Για στροφορμή $S=1$ και Χαμιλτονιανή $H_0 = A\hat{S}_z^2$, βρείτε τις ιδιοτιμές και ιδιοκαταστάσεις.

(β) Για διαταραχή $H' = B(\hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2)$, βρείτε την πρώτη διόρθωση στις ιδιοτιμές.

(4) Σε απειρόβαθο πηγάδι (με πάχος L), με $E = \frac{\hbar^2 n^2}{8mL^2}$, βρείτε την πρώτη διόρθωση στην Ενέργεια (ως συνάρτηση του n) για την διαταραχή $V'(x) = -V_0 \sin(\pi x / L)$.

(5) (α) Για δυναμικό $V(x, y, z) = \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + z^2)$, βρείτε τις ενέργειες των ιδιοκαταστάσεων.

(β) Για διαταραχή $V'(x, y, z) = k(xyz) + \frac{k^2}{\hbar \omega} (x^2 y^2 z^2)$, βρείτε την πρώτη διόρθωση στην ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης.

(6) Για μονοδιάστατο δυναμικό:
$$V(x) = \begin{cases} -\frac{ke^2}{x}, & x > 0 \\ \infty, & x < 0 \end{cases}$$

Βρείτε την ενέργεια και κυματοσυνάρτηση για $n=1$.

(7) Για ασυμμετρικό απειρόβαθο πηγάδι (με πάχος L),
$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 < x < L \\ V_0, & x > L \end{cases}$$

Βρείτε την ελάχιστη μάζα m που θα έχει τουλάχιστον 1 ιδιοκατάσταση.

(8) Σε απειρόβαθο πηγάδι (με πάχος L και μάζα m), η κυματοσυνάρτηση για $t=0$ είναι:

$$\psi(x,0) = \sqrt{\frac{8}{5L}} [1 + \cos(\pi x / L)] \sin(\pi x / L).$$

α) Βρείτε την κυματοσυνάρτηση $\psi(x,t)$.

β) Βρείτε την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στο διάστημα $0 < x < L/2$, στο χρόνο t .

(9) Σωματίδιο με μάζα m κινείται σε τρισδιάστατο δυναμικό με σφαιρική συμμετρία:

$$V(r) = \infty, \quad r < a$$

$V(r) = 0, \quad a < r < b$ Βρείτε την κυματοσυνάρτηση και ενέργεια της βασικής κατάστασης.

$$V(r) = \infty, \quad r > b$$

(10) Άτομο Υδρογόνου είναι σε μία επιφάνεια, ώστε το δυναμικό είναι άπειρο για το μισό χώρο, δηλαδή:

$$V(r) = -\frac{ke^2}{r}, \quad \text{για } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$
$$\infty, \quad \text{για } \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$$

Βρείτε τις επιτρεπτές καταστάσεις.