

Πρόβλημα 1: Η κατάσταση ενός σωματιδίου μια ορισμένη στιγμή περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$\psi_0(x) = A(a^2 - x^2), \quad \text{για } -a < x < a$$

και είναι μηδέν αλλού.

(α) Κανονικοποιήστε, και βρείτε το A.

(β) Υπολογίστε τις ποσότητες $\langle x \rangle$, σ_x , $\langle p \rangle$, σ_p .

(γ) Βεβαιωθείτε ότι το γινόμενο αβεβαιότητας δεν παραβιάζει την ανισότητα του Heisenberg.

Πρόβλημα 2: Η κατάσταση ενός σωματιδίου μια ορισμένη στιγμή περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$\psi(x) = A x e^{-bx^2}$$

(α) Κανονικοποιήστε, και βρείτε το A.

(β) Υπολογίστε τις ποσότητες $\langle x \rangle$, σ_x , $\langle p \rangle$, σ_p και βεβαιωθείτε ότι το γινόμενο αβεβαιότητας δεν παραβιάζει την ανισότητα του Heisenberg.

(γ) Σε ποιά σημεία είναι πιθανότερο να βρεθεί το σωματίο σε μια μέτρηση θέσης;

Πρόβλημα 3: Ένα σωματίδιο με μάζα m, σε απειρόβαθο πηγάδι (με πάχος a), στο χρόνο t=0 περιγράφεται με την κυματοσυνάρτηση $\Phi(x,t=0)$, που είναι υπέρθεση των δύο καταστάσεων $\psi_1(x)$ και $\psi_2(x)$ [με κβαντικό αριθμό n=1 και n=2, αντίστοιχα]:

$$\Phi(x,0) = A[\psi_1(x) + \psi_2(x)]$$

(α) Κανονικοποιήστε, και βρείτε το A.

(β) Βρείτε $\Phi(x,t)$ και $|\Phi(x,t=0)|^2$. Χρησιμοποιήστε $\omega \equiv \pi^2 \hbar / (2ma^2)$.

(γ) Υπολογίστε το $\langle x(t) \rangle$. Βρείτε το πλάτος και την συχνότητα της ταλάντωσης.

(δ) Υπολογίστε το σ_x και σ_p , και το γινόμενο αβεβαιότητας.

(ε) Υπολογίστε το $\langle H \rangle$. Αν μετρήσετε την ενέργεια του σωματιδίου, ποιές τιμές είναι επιτρεπτές;

Πρόβλημα 4: Θεωρείστε το πρόβλημα σωματιδίου σε μονοδιάστατο απειροβαθές πηγάδι.

Την στιγμή $t = 0$, η κυματοσυνάρτηση που περιγράφει το σύστημα δίνεται από:

$$\psi_0(x) = Ax(L-x), \quad \text{για } 0 < x < L$$

και είναι μηδέν αλλού.

(α) Υπολογίστε την πιθανότητα κατά την μέτρηση της ενέργειας του σωματιδίου την στιγμή $t = 0$, να βρείτε μια από τις ενέργειες E_n .

(β) Λύστε την εξίσωση του Schrödinger και βρείτε την κυματοσυνάρτηση σαν συνάρτηση του χρόνου t .

(γ) Βρείτε την μέση τιμή της θέσης $\langle x \rangle$ και την τυπική απόκλιση της Δx σαν συνάρτηση του χρόνου t .

(δ) Αν κάνετε μια μέτρηση της ενέργειας στο σύστημα σας σε χρόνο t , υπολογίστε ποιες είναι οι πιθανότητες να μετρήσετε τις ενέργειες E_n .

(ε) Κατά την χρονική στιγμή t_1 , μετράτε την ενέργεια του συστήματος σας και βρίσκετε την τιμή E_1 . Εάν κάνετε μια μέτρηση της ενέργειας την χρονική στιγμή $t_2 > t_1$, τι περιμένετε ότι θα βρείτε;

Πρόβλημα 5: Υπολογίστε τις ποσότητες $\langle x \rangle$, σ_x , $\langle p \rangle$, σ_p για την κατάσταση $\Psi_n(x)$, που είναι λύση της εξίσωσης του Schrödinger, για σωματίδιο με μάζα m , σε απειρόβαθο πηγάδι (με πάχος a). Βρείτε το γινόμενο αβεβαιότητας.